

## Esercizi

E3.84 [02H] Prerequisiti: [01M], [026], [020]. Sia  $I$  un insieme non vuoto di indici, sia  $A_i$  una famiglia di insiemi non vuoti indicizzata da  $i \in I$ . Ricordiamo che, per definizione, il prodotto cartesiano  $\prod_{i \in I} A_i$  è l'insieme delle funzioni  $f : I \rightarrow \bigcup_{i \in I} A_i$  tali che  $f(i) \in A_i$  per ogni  $i \in I$ .

Mostrate che le seguenti sono formulazioni equivalenti dell'**assioma della scelta**.

- Il prodotto cartesiano di una famiglia non vuota di insiemi non vuoti è non vuoto.
- Data una famiglia  $A_i$  come sopra, tale che gli insiemi sono non vuoti, e a due a due disgiunti, esiste un sottoinsieme  $B$  di  $\bigcup_{i \in I} A_i$  tale che, per ogni  $i \in I$ ,  $B \cap A_i$  contenga un unico elemento.
- Sia  $S$  un insieme, allora esiste una funzione  $g : \mathcal{P}(S) \rightarrow S$  tale che  $g(A) \in A$  per ogni  $A \in \mathcal{P}(S)$  non vuoto.

**Soluzione 1.** [02J]