

Esercizi

3.277 [05s] Consideriamo ora invece la funzione caratteristica definita come prima, ma considerata come $\mathbb{1}_A : X \rightarrow \mathbb{Z}_2$ cioè a valori nel gruppo delle classi resto \mathbb{Z}_2 (più correttamente indicato come $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$).

In questo caso le precedenti si possono scrivere come

$$\mathbb{1}_{A^c} = \mathbb{1}_A + 1 \quad , \quad \mathbb{1}_{A \cap B} = \mathbb{1}_A \mathbb{1}_B \quad , \quad \mathbb{1}_{A \cup B} = \mathbb{1}_A \mathbb{1}_B + \mathbb{1}_A + \mathbb{1}_B .$$

Ricordiamo la definizione della differenza simmetrica $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, si mostri che questa si scrive come

$$\mathbb{1}_{A \Delta B} = \mathbb{1}_A + \mathbb{1}_B .$$

Con queste regole di calcolo si mostri che

$$A \Delta B = B \Delta A \quad , \quad (A \Delta B)^c = A \Delta (B^c) = (A^c) \Delta B \quad , \quad A \Delta B = C \iff A$$

$$(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C) \quad , \quad A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A^c \cap C)$$