

Esercizi

E3.306 [05z] Vogliamo riscrivere le tautologie viste in [00N] sotto forma di relazioni insiemistiche.

Sia X un insieme e siano $\alpha, \beta, \gamma \subseteq X$ sottoinsiemi. Sia $x \in X$. Se definiamo $A = (x \in \alpha)$, $B = (x \in \beta)$, $C = (x \in \gamma)$ nelle tautologie, potremo poi riscrivere la tautologia come una formula fra insiemi $\alpha, \beta, \gamma, X, \emptyset$, che usi i connettivi $=, \cap, \cup$ e il complementare.

Sorprendentemente, la riscrittura può essere effettuata algebricamente e in maniera puramente sintattica. Scegliete una tautologia vista in [00N]. Nel seguito φ, ψ indicano sottoparti della tautologia che sono formule ben formate.

- Sostituite $((\varphi) \Rightarrow (\psi))$ con $((\neg(\varphi)) \vee (\psi))$ (otterrete un'altra tautologia).
- Poi sostituite sintatticamente $\neg(\varphi)$ con $(\varphi)^c$, \vee con \cup e \wedge con \cap ; sostituite A con α , B con β , C con γ , V con X e F con \emptyset .
- Infine, se la formula contiene almeno un “ \iff ”, trasformateli tutti in “ $=$ ”; altrimenti aggiungete “ $= X$ ” alla fine.

Verificate che questo “algoritmo” funziona davvero!