

Teorema 4.b.2. [08Z]

Sia A un insieme non vuoto; sia $a \in A$ fissato, siano date funzioni $g_n : A \rightarrow A$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora esiste ed è unica la funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ tale che

- $f(0) = a$, e
- per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $f(S(n)) = g_n(f(n))$.

Si dice che la funzione f è **definita per ricorrenza** dalle due precedenti condizioni.

Dimostrazione. [090] □

Più in generale date $g_n : A^{n+1} \rightarrow A$, si mostra che esiste ed è unica la funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ tale che $f(0) = a$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $f(S(n)) = g_n(f(0), f(1), \dots, f(n))$.