

Esercizi

3.146 [092] Siano D, C insiemi non vuoti e $f : D \rightarrow C$ una funzione. Siano I una famiglia nonvuota di indici, $A_i \subseteq D$, per $i \in I$. Dato $A \subseteq D$ ricordiamo che la **immagine** di A è il sottoinsieme $f(A)$ di D dato da

$$f(A) \stackrel{\text{def}}{=} \{f(x), x \in A\} .$$

Mostrate queste proprietà della immagine.

$$\begin{aligned} f\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) &= \bigcup_{i \in I} f(A_i) \\ f\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) &\subseteq \bigcap_{i \in I} f(A_i) . \end{aligned}$$

Mostrate che la funzione è iniettiva se e solo se

$$f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2) \quad (3.146)$$

è un' uguaglianza per ogni scelta di $A_1, A_2 \subseteq D$.