

## Esercizi

3.160 [09J] Sia  $K$  un intero positivo,  $N$  un intero, sia  $I = \{N, N+1, \dots, N+K\}$  la successione degli interi da  $N$  a  $N+K$ . Per ogni  $n \in I$  fissiamo un valore intero  $a_n$ . Sia  $p$  l'unico polinomio di grado  $K$  tale che  $p(n) = a_n$  per ogni  $n \in I$ .

- Si mostri che  $p$  ha coefficienti razionali.
- Si mostri che  $p(x)$  è intero per ogni  $x$  intero.
- Si trovi un esempio di polinomio  $p$  che assume valori interi per  $x$  intero, ma che non ha tutti coefficienti interi.
- Cosa succede se  $I$  contiene  $K + 1$  interi ma non consecutivi? È ancora vero che, definito  $p(x)$  come sopra,  $p$  assume solo valori interi sugli interi?