

Esercizi

E6.11 [OB0] Sia fissato $I = \{1, \dots, n\}$. Siano dati n punti distinti $y_1, \dots, y_n \in \mathbb{R}$; cerchiamo una permutazione $\sigma : I \rightarrow I$ per cui le disuguaglianze triangolari fra punti successivi siano uguaglianze cioè

$$|y_{\sigma(i+2)} - y_{\sigma(i+1)}| + |y_{\sigma(i+1)} - y_{\sigma(i)}| = |y_{\sigma(i+2)} - y_{\sigma(i)}|$$

per $i = 1, \dots, n - 2$. Si mostri che ne esistono solo due, le chiamiamo σ_1, σ_2 . Suggerimento: mostrate che ogni tale permutazione necessariamente mette i punti “in ordine”, cioè si ha

$$\forall i, y_{\sigma_1(i+1)} > y_{\sigma_1(i)} \quad , \quad \forall i, y_{\sigma_2(i+1)} < y_{\sigma_2(i)}$$

(a meno di decidere quale è σ_1 e quale è σ_2).

Soluzione 1. [OB1]