

**Esercizio 6.45.** [OBP] Siano  $A_1, A_2 \dots$  insiemi, per  $n \in \mathbb{N}$ ; sia  $X = \bigcup_n A_n$ . Definiamo la funzione caratteristica  $\mathbb{1}_A : X \rightarrow \mathbb{R}$  come

$$\mathbb{1}_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases} .$$

Useremo le definizioni  $\limsup_n A_n$  e  $\liminf_n A_n$  viste in eqn. [(3.286)] e [(3.287)]. Si ha

$$\mathbb{1}_{(\limsup_n A_n)} = \limsup_n \mathbb{1}_{A_n} , \quad (6.46)$$

$$\mathbb{1}_{(\liminf_n A_n)} = \liminf_n \mathbb{1}_{A_n} . \quad (6.47)$$