

Esercizio 6.47. [OBQ] Fissiamo una successione a_n a valori reali; consideriamo ora la definizione in [20F] ponendo $I = \mathbb{N}$ e $x_0 = \infty$, in modo che gli intorni di x_0 siano gli insiemi contenenti $[n, \infty) = \{m \in \mathbb{N} : m \geq n\}$; con questi presupposti mostrate che si ha

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = \inf_n \sup_{m \geq n} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{m \geq n} a_n ,$$

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n = \sup_n \inf_{m \geq n} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf_{m \geq n} a_n ., \quad (6.48)$$