

Esercizi

E6.52 Prerequisiti: [OBS], [OBW]. Dati $x, b \in \mathbb{R}$ con $x \neq 0$ irrazionale, e $\varepsilon > 0$, si dimostri che esiste un M naturale tale che $Mx - b$ dista al massimo ε da un intero. [OBY]

Sia $\varphi(x) = x - [x]$ la parte frazionaria di x , si ha $\varphi(x) \in [0, 1)$. Il risultato precedente implica che la successione $\varphi(nx)$ è densa nell'intervallo $[0, 1]$.

Notate che invece se $x \neq 0$ è razionale cioè $x = n/d$ con n, d interi primi tra loro e $d > 0$, allora la successione $\varphi(nx)$ assume tutti e soli i valori $\{0, 1/d, 2/d, \dots, (d-1)/d\}$.

(Questo si dimostra con il **Lemma di Bézout** [29]).

Soluzione 1. [OBZ]

[OCO]