

Esercizi

E6.52 [OC1] Prerequisiti: [OBW]. (Teorema di approssimazione di Dirichlet)

Dato un numero irrazionale x , si dimostri che esistono infiniti razionali α tali che si può rappresentare $\alpha = m/n$ in modo da soddisfare la relazione

$$\left| x - \frac{m}{n} \right| < \frac{1}{n^2} \quad .$$

Alcuni commenti.

- Si noti per ogni fissato $n \geq 2$ esiste al più un m per cui la precedente relazione vale; ma potrebbe non esserne uno.
- Si noti che se la relazione vale per un α razionale, vi sono solo finite scelte di rappresentazioni per cui vale,
- e sicuramente vale per la scrittura “canonica” con n, m primi fra loro.

Soluzione 1. [OC2]