Teorema 7.27. [ODR](Svolto il 2022-12-13) *Consideriamo la serie* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *dove i termini sono positivi:* $a_n > 0$. *Definiamo*

$$z_n = n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right)$$

per comodità.

- *Se* $z_n \leq 1$ *definitivamente in* n, *allora la serie non converge.*
- *Se esiste* $L > 1$ *tale che* $z_n \geq L$ *definitivamente in* n, *cioè equivalentemente se*

  $$\liminf_{n\to\infty} z_n > 1 \quad ,$$

  allora la serie converge.

Inoltre, fissato $h \in \mathbb{Z}$, *si può definire*

$$z_n = (n+h)\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right)$$

oppure

$$z_n = n\left(\frac{a_{n+h}}{a_{n+h+1}} - 1\right)$$

come ad esempio

$$z_n = n\left(\frac{a_{n-1}}{a_n} - 1\right)$$

e il criterio vale allo stesso modo.

Soluzione 1. [ODS]