

Esercizi

E7.31 [OF4] Note: *Compitino del 4 Apr 2009, ese 1. (Proposto il 2022-12-13)* Data una successione $(a_n)_n$ di numeri strettamente positivi, si dice che *il prodotto infinito* $\prod_{n=0}^{\infty} a_n$ *converge* se esiste finito e strettamente positivo il limite dei prodotti parziali, cioè

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \prod_{n=0}^N a_n \in (0, +\infty) \quad .$$

Si dimostri che

- (a) se $\prod_{n=0}^{\infty} a_n$ converge allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$;
- (b) se la serie $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n - 1|$ converge, allora converge anche $\prod_{n=0}^{\infty} a_n$;
- (c) trovate un esempio in cui la serie $\sum_{n=0}^{\infty} (a_n - 1)$ converge ma $\prod_{n=0}^{\infty} a_n = 0$.