

Esercizi

E7.31 [OF5] Indichiamo con $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ l'insieme dei sottoinsiemi $B \subseteq \mathbb{N}$ che sono insiemi finiti. Questo è detto *l'insieme delle parti finite*.

Abbreviamo $\mathcal{P} = \mathcal{P}(\mathbb{N})$ nel seguito.

Data una successione $(a_n)_n$ di numeri reali e un $B \in \mathcal{P}$ indichiamo con $s(B) = \sum_{n \in B} a_n$ la somma finita con indici in B .

Supponiamo che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converga ma non converga assolutamente. Allora:

- $\{s(F) : F \in \mathcal{P}\}$ è denso in \mathbb{R} .
- Esiste un riordinamento σ di \mathbb{N} , cioè una funzione bigettiva $\sigma : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, tale che l'insieme delle somme parziali $\sum_{n=0}^N a_{\sigma(n)}$ (al variare di N) è denso in \mathbb{R} .

[[OF6]]