

Esercizi

E7.31 [OF7] *Note: Questo risultato è attribuito a Riemann, si veda 3.54 in [16].*

Sia data una successione $(a_n)_n$ di numeri reali tale che $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge (a un valore finito) ma $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| = \infty$; per ogni l, L con $-\infty \leq l \leq L \leq +\infty$ esiste una permutazione $\pi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che, posto $S_N = \sum_{k=0}^N a_{\pi(k)}$, si ha che

$$\limsup_{N \rightarrow \infty} S_N = L \quad , \quad \liminf_{N \rightarrow \infty} S_N = l \quad .$$