

Esercizi

E8.33 [OHP] Prerequisiti: [OKX], [OKZ]. Sia $X = \mathbb{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$, consideriamo la famiglia \mathcal{B} di parti di X che contiene

- gli intervalli aperti (a, b) con $a, b \in \mathbb{R}$ e $a < b$,
- le semirette $(a, +\infty] = (a, +\infty) \cup \{+\infty\}$ con $a \in \mathbb{R}$,
- le semirette $[-\infty, b) = (-\infty, b) \cup \{-\infty\}$ con $b \in \mathbb{R}$.

(Notate l'analogia degli insiemi nel secondo e terzo punto, con gli "intorni di infinito" visti in Sez. [29H]).

Si mostri che \mathcal{B} verifica le proprietà (a),(b) viste in [OKX]. Sia τ dunque la topologia generata da questa base. Lo spazio topologico (X, τ) è detto **retta estesa**, spesso indicata $\overline{\mathbb{R}}$.

Questo spazio topologico è T_2 , è compatto (Esercizio [OJB]), e è omoomorfo all'intervallo $[0, 1]$. Può essere dotato di una distanza che genera la topologia sopra descritta.

Soluzione 1. [OHQ]