

Esercizi

E8.g.8 [OKG] Prerequisiti: [OK5], [OKC]. Siano X, Y spazi topologici Hausdorff. Sia $f : X \rightarrow Y$, $x_0 \in X$. Le seguenti affermazioni sono equivalenti.

1. f è continua in x_0 ;
2. per ogni rete $\varphi : J \rightarrow X$ tale che

$$\lim_{j \in J} \varphi(j) = x_0$$

si ha

$$\lim_{j \in J} f(\varphi(j)) = f(x_0) \quad .$$

Suggerimento per dimostrare che 2 implica 1. Supponiamo che x_0 sia punto di accumulazione. Consideriamo l'insieme filtrante J dato dagli intorni di x_0 ; consideriamo le reti $\varphi : J \rightarrow X$ con la proprietà che $\varphi(U) \in U$ per ogni $U \in J$; notiamo che si ha $\lim_{j \in J} \varphi(j) = x_0$.

Soluzione 1. [OKH]