

Esercizi

E8.90 [OM5] Prerequisiti: [OM3], [OKX], [OKZ]. Siano ora X_1, \dots, X_n spazi topologici con topologie rispettivamente τ_1, \dots, τ_n e siano $\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \dots, \mathcal{B}_n$ basi per questi spazi; sia $X = \prod_{i=1}^n X_i$ il prodotto cartesiano, e sia

$$\mathcal{B} = \left\{ \prod_{i=1}^n A_i : A_1 \in \mathcal{B}_1, A_2 \in \mathcal{B}_2, \dots, A_n \in \mathcal{B}_n \right\}$$

la famiglia di tutti i prodotti cartesiani di elementi scelti dalle rispettive basi. Mostrate che \mathcal{B} è una base per la topologia prodotto. (Questo esercizio generalizza il precedente [OM3], prendendo $\mathcal{B}_i = \tau_i$).

Soluzione 1. [OM6]

Vedete anche l'esercizio [OQM] per una applicazione al caso di spazi metrici.