

Esercizi

8.74 [OM9] Prerequisiti: [06N], [0KX]. Verifichiamo che quanto espresso in [0GQ] vale anche per le “basi”. Sia \mathcal{B} una base per una topologia τ su X ; consideriamo l’ordinamento discendente fra insiemi (formalmente $A \leq B \iff A \supseteq B$); con questo ordinamento (\mathcal{B}, \leq) è un insieme diretto, il cui minimo è \emptyset . Supponiamo ora che la topologia sia Hausdorff. Preso poi $x \in X$, sia $\mathcal{U} = \{A \in \mathcal{B} : x \in A\}$ la famiglia degli elementi della base che contengono x : mostrate che \mathcal{U} è un insieme diretto; mostrate che ha minimo se e solo se il singoletto $\{x\}$ è aperto.

Soluzione 1. [OMB]