

Esercizi

E9.4 [ON1] Prerequisiti: [OPS]. Note: Vedere anche eserc. [192]. Supponiamo che $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ sia monotona debolmente crescente e subaditiva, cioè $\varphi(t) + \varphi(s) \geq \varphi(t + s)$ per ogni $t, s \geq 0$; e supponiamo che $\varphi(x) = 0$ se e solo se $x = 0$.

Allora $\varphi \circ d$ è ancora una distanza. Esempi: $\varphi(t) = \sqrt{t}$, $\varphi(t) = t/(1 + t)$, $\varphi(t) = \arctan(t)$, $\varphi(t) = \min\{t, 1\}$.

Mostrate inoltre che se φ è continua in zero allora la topologia associata è la stessa.^a

Soluzione 1. [ON2]

^aSi veda la successiva Sez. [2C2] per un riepilogo delle definizioni riguardo alla topologia in spazi metrici: in particolare sarà utile il [OPS].