Definizione 10.b.3. [ONX] *Per gli esercizi seguenti definiamo che*

1. *un insieme E è **aperto** se*

$$\forall x_0 \in E, \exists r > 0 : B(x_0, r) \subseteq E \quad . \tag{10.b.4}$$

Si mostra che $\emptyset, X$ sono aperti; l'intersezione di un numero finito di aperti è un aperto; l'unione di un numero arbitrario di aperti è un aperto. Dunque questi aperti formano una topologia.

2. *La **parte interna** E° di un insieme E è*

$$E^\circ = \left\{ x \in E : \exists r > 0, B_r(x) \subseteq E \right\} ; \tag{10.b.5}$$

si verifica facilmente che $E^\circ \subseteq E$, e che E è aperto se e solo se $E^\circ = E$ (esercizio [OPB]).

3. *Un insieme è **chiuso** se il complementare è aperto.*

4. *Un punto $x_0 \in X$ è **aderente** a E se*

$$\forall\, r > 0\,, \quad E \cap B_r(x_0) \neq \emptyset \quad .$$

5. *La **chiusura** $\overline{E}$ di E è l'insieme dei punti aderenti; si verifica facilmente che $E \subseteq \overline{E}$; si mostra che $\overline{E} = E$ se e solo se E è chiuso (esercizio [OPM]).*

6. *A si dice **denso in** B se $\overline{A} \supseteq B$, cioè se per ogni $x \in B$ e per ogni $r > 0$ l'intersezione $B_r(x) \cap A$ è non vuota.*