

Esercizi

E9.27 [OQ0] Prerequisiti: [OQ3], [OP3], [OPY], [OPN]. Sia $r > 0$.

Sia $\underline{D}(x, r) \stackrel{\text{def}}{=} \{y \in X : d(x, y) \leq r\}$ il disco; si mostri che $\underline{B}(x, r) \subseteq \underline{D}(x, r)$ e che $B(x, r) \subseteq \underline{D}(x, r)^\circ$.

Sia $S(x, r) \stackrel{\text{def}}{=} \{y \in X : d(x, y) = r\}$ la sfera; si mostri che $\partial B(x, r) \subseteq S(x, r)$.

Si trovino esempi di spazi metrici in cui non valgono le uguaglianze (una, o entrambe).

Si trovi un esempio di spazio metrico in cui vi è un disco che è aperto^a.

(Si veda anche [OSM] per il caso dello spazio \mathbb{R}^n).

Soluzione 1. [OQ1]

^aVi sono anche spazi in cui ogni palla è chiusa, si veda [OQF].