

**Definizione 9.144.** [OXF] Ogni numero razionale  $x \neq 0$  si scompone in modo unico come prodotto

$$x = \pm p_1^{m_1} p_2^{m_2} \cdots p_k^{m_k}, \quad (9.145)$$

dove  $p_1 < p_2 < \cdots < p_k$  sono numeri primi e gli  $m_j$  interi relativi. Fissato come sopra un numero primo  $p$ , si definisce il **valore assoluto  $p$ -adico** di  $x \in \mathbb{Q}$  come

$$|x|_p = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 0 \\ p^{-m} & \text{se } p^m \text{ è il fattore con base } p \text{ nella scomposizione} \end{cases} \quad (9.145)$$

Definiamo infine  $d(x, y) = |x - y|_p$ , che risulterà essere una distanza su  $\mathbb{Q}$ , chiamata **distanza  $p$ -adica**.