

Definizione 9.144. [OXF] Ogni numero razionale $x \neq 0$ si scompone in modo unico come prodotto

$$x = \pm p_1^{m_1} p_2^{m_2} \cdots p_k^{m_k}, \quad (9.145)$$

dove $p_1 < p_2 < \cdots < p_k$ sono numeri primi e gli m_j interi relativi. Fissato come sopra un numero primo p , si definisce il **valore assoluto p -adico** di $x \in \mathbb{Q}$ come

$$|x|_p = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 0 \\ p^{-m} & \text{se } p^m \text{ è il fattore con base } p \text{ nella scomposizione} \end{cases} \quad (9.145)$$

Definiamo infine $d(x, y) = |x - y|_p$, che risulterà essere una distanza su \mathbb{Q} , chiamata **distanza p -adica**.