Definizione 9.153. [OXF] *Ogni numero razionale $x \neq 0$ si scompone in modo unico come prodotto*

$$x = \pm p_1^{m_1} p_2^{m_2} \cdots p_k^{m_k} \,, \tag{9.154}$$

dove $p_1 < p_2 < \cdots < p_k$ sono numeri primi e gli m_j interi relativi non nulli. Fissato come sopra un numero primo p, si definisce il ***valore assoluto p–adico*** *di $x \in \mathbb{Q}$ come*

$$|x|_p = \begin{cases} 0 & se \quad x = 0 \\ p^{-m} & se\ p^m \text{ è il fattore con base } p \text{ nella scomposizione } (9.154 \end{cases}$$

Definiamo infine $d(x, y) = |x - y|_p$, che risulterà essere una distanza su $\mathbb{Q}$, chiamata ***distanza p–adica***.