

Esercizi

0.146 [OXH] Provate queste relazioni fondamentali.

- (a) $|1|_p = 1$ e più in generale $|n|_p \leq 1$ per ogni intero non nullo n , con uguaglianza se n non è divisibile per p .
- (b) Dato n intero non nullo, si ha che $|n|_p = p^{-\varphi_p(n)}$.
- (c) Dato n, m interi, si ha che $\varphi_p(n+m) \geq \min\{\varphi_p(n), \varphi_p(m)\}$ con uguaglianza se $\varphi_p(n) \neq \varphi_p(m)$.
- (d) Dato n, m interi non nulli, si ha che $\varphi_p(nm) = \varphi_p(n) + \varphi_p(m)$ e dunque $|nm|_p = |n|_p |m|_p$.
- (e) Dato $x = a/b$ con a, b interi non nulli si ha che $|x|_p = p^{-\varphi_p(a) + \varphi_p(b)}$. Notiamo che se a, b sono primi tra loro, allora uno dei due termini $\varphi_p(a), \varphi_p(b)$ è zero.
- (f) Provate che $|xy|_p = |x|_p |y|_p$ per $x, y \in \mathbb{Q}$.
- (g) Provate che $|x/y|_p = |x|_p / |y|_p$ per $x, y \in \mathbb{Q}$ non nulli.