

Esercizi

0.155 [0Y7] Tramite questa bigezione trasportiamo la distanza Euclidea da S^1 a $\mathbb{R}/2\pi$ definendo

$$d_e([s], [t]) = |\Phi([s]) - \Phi([t])|_{\mathbb{R}^2} .$$

Con questa scelta la mappa Φ risulta essere un'isometria fra (S^1, d) e $(\mathbb{R}/2\pi, d_e)$ (si riveda la definizione [0TK]). Dunque quest'ultimo è uno spazio metrico completo.

Con qualche semplice calcolo si ricava che

$$d_e([s], [t]) = \sqrt{|\cos(t) - \cos(s)|^2 + |\sin(t) - \sin(s)|^2} = \sqrt{2 - 2 \cos(t-s)}$$

Poi definiamo la funzione

$$d_a([s], [t]) = \inf\{|s - t - 2\pi k| : k \in \mathbb{Z}\} ,$$

mostrate che è una distanza su $\mathbb{R}/2\pi$.

Soluzione 1. [0Y8]