Esercizi

E10.18 [0Z7]Prerequisiti: [10X] [0Z1] [0Z3].Difficoltà:*.Sia $K \subseteq \mathbb{R}^m$ compatto. Consideriamo la famiglia dei cubi chiusi di lato 2^{-n} e centri nei punti della griglia $2^{-n}\mathbb{Z}^m$. La chiamiamo "*n-tassellatura*". Sia N_n il numero di cubi della *n-tassellatura* che intersecano K. Mostrate che N_n è debolmente crescente. Mostrate che il seguente limite esiste

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\log_2 N_n}{n} \tag{10.19}$$

se e solo se esiste il limite [(10.3)] che definisce la dimensione, e se esistono coincidono. Questo approccio al calcolo della dimensione viene chiamato *Box Dimension* in Inglese.

Soluzione 1. *[0Z8]*

Queste quantità hanno una interpretazione nella teoria "rate-distortion". "n" è la posizione dell'ultima cifra significativa (in base 2) nel determinare la posizione di un punto x. "$\log_2 N_n$" è il numero di "bit" necessari per identificare un qualunque $x \in K$ con tale precisione.