

Esercizi

E11.3 [106] Prerequisiti: [0Q0].

Sia di nuovo X uno spazio vettoriale normato con norma $\|\cdot\|$. Sia $B(x, r) \stackrel{\text{def}}{=} \{y \in X : \|x - y\| < r\}$ la palla; sia $D(x, r) \stackrel{\text{def}}{=} \{y \in X : \|x - y\| \leq r\}$ il disco; sia $S(x, r) \stackrel{\text{def}}{=} \{y \in X : \|x - y\| = r\}$ la sfera. Si mostri che $\overline{B(x, r)} = D(x, r)$, che $B(x, r) = D(x, r)^\circ$, e che $\partial B(x, r) = \partial D(x, r) = S(x, r)$. Si mostri inoltre che $B(x, r)$ non è chiuso e $D(x, r)$ non è aperto.