

## Esercizi

E11.16 [10F] Prerequisiti: [1H8]. Dati  $t, s \in [1, \infty]$  con  $s > t$  e  $x \in \mathbb{R}^n$  mostrate che  $\|x\|_s \leq \|x\|_t$ . Inoltre mostrate che  $\|x\|_s < \|x\|_t$  se  $n \geq 2$  e  $x \neq 0$  e  $x$  non è multiplo di uno dei vettori della base canonica  $e_1, \dots, e_n$ .

*Suggerimenti:*

1. usate che  $1 + t^p \leq (1 + t)^p$  per  $p \geq 1$  e  $t \geq 0$ ; o
2. usate i moltiplicatori di Lagrange; o
3. ricordiamo che  $f(a + b) > f(a) + f(b)$  quando  $a \geq 0, b > 0$ ,  $f(0) = 0$  e  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  è strettamente convessa e continua in  $0$  (si veda l'esercizio [192]), dunque derivate  $\frac{d}{dt}(\log \|x\|_t)$  e ponete  $f(z) = z \log(z)$ .

**Soluzione 1.** [10G]

[ [10H] ]