

Esercizi

E11.20 [10M] Siano dati $p, q \in [1, \infty]$ tali che $1/p + 1/q = 1$ ^a e $x, y \in \mathbb{R}^n$; si mostri la **disuguaglianza di Hölder** in questa forma

$$\sum_{i=1}^n |x_i y_i| \leq \|x\|_p \|y\|_q \quad . \quad (11.21)$$

In quali casi si ha uguaglianza?

Suggerimenti: assumete $x_i, y_i \geq 0$; per i casi con $p, q < \infty$ potete:

- usare la disuguaglianza di Young ([194] o [1v77]);
- usare i moltiplicatori di Lagrange;
- partire dal caso $n = 2$ e porre $x_2 = tx_1$ e $y_2 = ay_1$; per i casi $n \geq 3$ usare induzione.

Soluzione 1. [10N]

^aSi intende che se $p = 1$ allora $q = \infty$; e viceversa.