

Esercizi

E11.42 [118] Argomenti: convergenza totale. Prerequisiti: [ON8], [ONC], [ONF].

Sia V uno spazio vettoriale dotato di una norma $\|x\|$; dunque V è anche uno spazio metrico con la metrica $d(x, y) = \|x - y\|$. Mostrate che le due asserzioni seguenti sono equivalenti.

- (V, d) è completo.
- Per ogni successione $(v_n)_n \subset V$ tale che $\sum_n \|v_n\| < \infty$, si ha che la serie $\sum_n v_n$ converge.

(La seconda viene a volte chiamata “criterio di convergenza totale”)

Uno spazio vettoriale normato $(V, \|\cdot\|)$ per cui lo spazio metrico associato (V, d) è completo, è detto **spazio di Banach**.

Soluzione 1. [119]