

## Esercizi

E11.42 [118] Argomenti: convergenza totale. Prerequisiti: [ON8], [ONC], [ONF].

Sia  $V$  uno spazio vettoriale dotato di una norma  $\|x\|$ ; dunque  $V$  è anche uno spazio metrico con la metrica  $d(x, y) = \|x - y\|$ . Mostrate che le due asserzioni seguenti sono equivalenti.

- $(V, d)$  è completo.
- Per ogni successione  $(v_n)_n \subset V$  tale che  $\sum_n \|v_n\| < \infty$ , si ha che la serie  $\sum_n v_n$  converge.

*(La seconda viene a volte chiamata “criterio di convergenza totale”)*

Uno spazio vettoriale normato  $(V, \|\cdot\|)$  per cui lo spazio metrico associato  $(V, d)$  è completo, è detto **spazio di Banach**.

**Soluzione 1.** [119]