

Esercizi

E13.a.5 [13D] Sia $f : X \rightarrow \mathbb{R}$; le seguenti asserzioni sono equivalenti:

1. f è *semicontinua inferiormente*,
2. per ogni t , si ha che il sottolivello

$$S_t = \{x \in X, f(x) \leq t\}$$

è chiuso,

3. l'epigrafico

$$E = \{(x, t) \in X \times \mathbb{R}, f(x) \leq t\}$$

è chiuso in $X \times \mathbb{R}$.

Si noti che la seconda condizione comporta che f è continua da (X, τ) in \mathbb{R}, τ_+ dove $\tau_+ = \{(a, \infty) : a \in \mathbb{R}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ è l'insieme delle semirette, che è una topologia (facile verifica).

Si formuli poi l'equivalente teorema per le funzioni *semicontinue superioriamente*.

Soluzione 1. [13F]