

Esercizi

E12.2 [13R] Data $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, si definisce

$$f^*(x) = f(x) \vee \limsup_{y \rightarrow x} f(y) \quad ;$$

si mostri che $f^*(x)$ è la più piccola funzione semi continua superiore che è maggiore o uguale a f in ogni punto.

Similmente si definisce

$$f_*(x) = f(x) \wedge \liminf_{y \rightarrow x} f(y)$$

e si ha $-(f^*) = (-f)_*$, e che dunque $f_*(x)$ è la più grande funzione semi continua inferiore che è minore o uguale a f in ogni punto.

Si noti infine che $f^* \geq f_*$.

Soluzione 1. [13S]