

## Esercizi

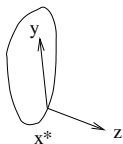
E14.15 [17D] Argomenti: proiezione. Difficoltà: \*. Note: Questo è il noto “teorema della proiezione”, che vale per  $A$  convesso chiuso in uno spazio di Hilbert; se  $A \subset \mathbb{R}^n$  allora la dimostrazione è più semplice, e è un utile esercizio..

Dato  $A \subset \mathbb{R}^n$  chiuso convesso non vuoto e  $z \in \mathbb{R}^n$ , si mostri che esiste un unico punto di minimo  $x^*$  per il problema

$$\min_{x \in A} \|z - x\| .$$

Si mostri che  $x^*$  è il minimo se e solo se

$$\forall y \in A, \langle z - x^*, y - x^* \rangle \leq 0 .$$



$x^*$  è chiamato “la proiezione di  $z$  su  $A$ ”.

(Notate che quest’ultima condizione dice semplicemente che l’angolo deve essere ottuso).

**Soluzione 1.** [17G]