

Esercizi

E14.18 [17M] Prerequisiti: [17J], [11T]. Se A, B sono convessi disgiunti, con A aperto, mostrate che esiste un iperpiano che separa A e B , cioè esistono $v \in \mathbb{R}^n, v \neq 0$ e $c \in \mathbb{R}$ tale che

$$\forall x \in A, \langle x, v \rangle < c \text{ ma } \forall y \in B, \langle y, v \rangle \geq c; \quad (14.19)$$

mostrate inoltre che se anche B è aperto, allora si può avere separazione stretta (cioè disuguaglianza stretta nell'ultimo termine in (14.19)).

(Suggerimento: dati $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ convessi nonvuoti, si mostri che

$$A - B \stackrel{\text{def}}{=} \{x - y, x \in A, y \in B\}$$

è convesso; si mostri che se A è aperto allora $A - B$ è aperto, come in [11T].)

Soluzione 1. [17N]