

Esercizi

E16.17 [1BM] Definiamo la funzione Gamma $\Gamma : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ come

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt .$$

- Mostrate che $\Gamma(x)$ è ben definita per $x > 0$ reale.
- Mostrate che $\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x)$ e deducete che $\Gamma(n + 1) = n!$ per $n \in \mathbb{N}$.
- Mostrate che $\Gamma(x)$ è analitica.

(Potete dare per buono che le derivate di Γ sono $\Gamma^{(n)}(x) = \int_0^{\infty} (\log t)^n t^{x-1} e^{-t} dt$; si ottengono per derivazione sotto segno di integrale.)