

Esercizi

E16.2 [1C8] Prerequisiti: [1C6]. Note: Proprietà di Darboux.

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un aperto, e sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile; vogliamo mostrare che per ogni intervallo $I \subset A$ l'immagine $f'(I)$ è un intervallo.

Mostrate dunque questo risultato. Per ogni $x, y \in I$ con $x < y$, poniamo $a = f'(x)$, $b = f'(y)$; assumiamo per semplicità che $a < b$; sia poi c con $a < c < b$: allora esiste $\xi \in I$ con $x < \xi < y$ tale che $f'(\xi) = c$.

(Mostrate infine che questa proprietà effettivamente implica che l'immagine $f'(I)$ di un intervallo I è un intervallo).

Soluzione 1. [1C9]