

Esempio 17.37. [1FD] Enunciamo in maniera informale questa proprietà.

Se $n \geq m \geq 1$ allora $o(x^n) + o(x^m) = o(x^m)$.

Per dimostrarla la convertiamo in un enunciato preciso. Innanzitutto la riscriviamo così.

Se $f(x) = o(x^n)$ e $g(x) = o(x^m)$ allora $f(x) + g(x) = o(x^m)$.

Dunque la dimostriamo. Come ipotesi abbiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)x^{-n} = 0 \text{ e } \lim_{x \rightarrow 0} g(x)x^{-m} = 0$$

allora

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + g(x)}{x^m} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^m} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x^m} = \lim_{x \rightarrow 0} x^{n-m} \frac{f(x)}{x^n} + 0 = 0.$$