Esempio 16.38. [1FF]*Enunciamo in maniera informale questa seconda proprietà*

$$\text{Se } n \geq 1 \text{ allora } o\Big(x^n + o(x^n)\Big) = o(x^n).$$

La riscriviamo così.

$$\text{Se } f(x) = o(x^n) \text{ e } g(x) = o(x^n + f(x)) \text{ allora } g(x) = o(x^n).$$

Notiamo che, per $x \neq 0$ *piccolo,* $x^n + f(x)$ *è non nullo, in quanto esiste un intorno in cui* $|f(x)| \leq |x^n/2|$*. Come ipotesi abbiamo che* $\lim_{x\to 0} f(x)x^{-n} = 0$ *e* $\lim_{x\to 0} g(x)/(x^n + f(x)) = 0$ *allora*

$$\lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x^n} = \lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x^n + f(x)} \frac{x^n + f(x)}{x^n}$$

ma

$$\lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x^n + f(x)} = 0$$

mentre

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^n + f(x)}{x^n} = 1 \quad .$$