Teorema 16.47. [1GD] *Sia $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ continua, con A aperto, e sia $\overline{x} = (\overline{x}', \overline{x}_n) \in A$ tale che $\partial_{x_n} f$ esiste in un intorno di $\overline{x}$, è continua in $\overline{x}$ e $\partial_{x_n} f(\overline{x}) \neq 0$. Poniamo $\overline{a} = f(\overline{x})$.*
Esiste allora un intorno "cilindrico" U di $\overline{x}$

$$U = U' \times J$$

dove

$$U' = B(\overline{x}', \alpha)$$

è la palla aperta in $\mathbb{R}^{n-1}$ centrata in $\overline{x}'$ di raggio $\alpha > 0$, e

$$J = (\overline{x}_n - \beta, \overline{x}_n + \beta)$$

con $\beta > 0$. Per questo intorno si ha che $U \cap f^{-1}(\{\overline{a}\})$ coincide con il grafico $x_n = g(x')$, con $g : U' \to J$ continua.
Questo significa che, per ogni $x = (x', x_n) \in U$, si ha $f(x) = \overline{a}$ se e solo se $x_n = g(x')$.
Inoltre, se f è di classe C^k su A per qualche $k \in \mathbb{N}^*$, allora g è di classe C^k su U' e vale

$$\frac{\partial g}{\partial x_i}(x') = -\frac{\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(x', g(x'))}{\dfrac{\partial f}{\partial x_n}(x', g(x'))} \qquad \forall x' \in U', \forall i, 1 \leq i \leq n-1 \quad . \tag{16.48}$$