Esercizi

16.48 [1GQ]Sia $A \subset \mathbb{R}^3$ aperto e siano $f, g : A \to \mathbb{R}$ differenziabili, e tali che in $p_0 = (x_0, y_0, z_0) \in A$ si ha che $\nabla f(p_0), \nabla g(p_0)$ sono linearmente indipendenti e che $f(p_0) = g(p_0) = 0$: mostrare che l'insieme $E = \{f = 0, g = 0\}$ è una curva in un intorno di p_0.

(Sugg. considerate che il prodotto vettore $w = \nabla f(p_0) \times \nabla g(p_0)$ è nonnullo se e solo se i vettori sono linearmente indipendenti — infatti è formato dai determinanti dei minori della matrice Jacobiana; assumendo senza perdita di generalità che $w_3 \neq 0$, mostrate che E è localmente il grafico di una funzione $(x, y) = \gamma(z)$.)

Soluzione 1. *[1GR]*