

## Esercizi

16.48 [1GW] Sia  $E$  l'insieme di rette orizzontali

$$E = \{(x, 0) : x \in \mathbb{R}\} \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} \{(x, 1/n) : x \in \mathbb{R}\} \quad .$$

Trovate una funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f = f(x, y)$  di classe  $C^1$  tale che  $E = \{(x, y) : f(x, y) = 0\}$ .

Dimostrate che necessariamente  $\partial_y f(0, 0) = 0$ .

Sia ora  $(\bar{x}, \bar{y}) = (0, 0)$ . Notate che esiste una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $g(0) = 0$  e  $f(x, g(x)) = 0$ ! Difatti la funzione  $g \equiv 0$  è l'unica funzione con tali caratteristiche. Dunque una parte della tesi nel teorema di funzione implicita è soddisfatta.

Spiegate dunque precisamente perché la tesi del teorema di funzione implicita non è soddisfatta.