Definizione 18.3. [1HR] *Siano (X_1, d_1) e (X_2, d_2) spazi metrici. Sia $\mathcal{F}$ una famiglia di funzioni $f : X_1 \to X_2$, diremo che è una* ***famiglia equicontinua*** *se vale una di queste proprietà equivalenti.*

- $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall f \in \mathcal{F}$

$$\forall x, y \in X_1,\ d_1(x, y) \le \delta \Rightarrow d_2(f(x), f(y)) \le \varepsilon \quad .$$

- *Esiste $\omega : [0, \infty) \to [0, \infty]$ una fissata funzione monotona debolmente crescente per cui $\lim_{t \to 0+} \omega(t) = \omega(0) = 0$ (che è detta* "modulo di continuità" [a]*) per cui*

$$\forall f \in \mathcal{F},\ \forall x, y \in X_1,\ d_2(f(x), f(y)) \le \omega\big(d_1(x, y)\big) \quad . \tag{18.4}$$

- *Esiste $\omega : [0, \infty) \to [0, \infty]$ una fissata funzione continua con $\omega(0) = 0$ che soddisfa* (18.4).

(Per l'equivalenza fra le ultime due può essere utile [150]*.)*

---

[a] Riguardo alla nozione di "modulo di continuità" si veda anche [156].