

## Esercizi

E17.3 [1HS] Note: Questo risultato è noto come “lemma del Dini”.

Sia  $(X, d)$  uno spazio metrico, sia  $I \subset X$  un compatto e siano  $f, f_n : I \rightarrow \mathbb{R}$  continue e tali che  $f_n(x) \searrow_n f(x)$  puntualmente (cioè per ogni  $x \in I$  e  $n$  si ha  $f(x) \leq f_{n+1}(x) \leq f_n(x)$  e  $\lim_n f_n(x) = f(x)$ ). Si mostri allora che  $f_n \rightarrow f$  uniformemente.

**Soluzione 1.** [1HT]

**Soluzione 2.** [1HV]

Negli esercizi successivi vedremo che se anche una sola delle ipotesi viene a mancare, allora esistono controesempi.