Esercizi

E17.8 [1JS] Sia $I \subset \mathbb{R}$ un aperto, sia $\hat{x}$ un punto di accumulazione per I [a], sia $f_m : I \to \mathbb{R}$ una successione di funzioni limitate che convergono uniformemente a $f : I \to \mathbb{R}$ quando $m \to \infty$. Supponiamo che per ogni m esista $\lim_{x\to\hat{x}} f_m(x)$ allora

$$\lim_{m\to\infty} \lim_{x\to\hat{x}} f_m(x) = \lim_{x\to\hat{x}} \lim_{m\to\infty} f_m(x)$$

nel senso che se uno dei due limiti esiste allora esiste anche l'altro, e sono uguali. (Il precedente risultato vale anche per limiti destri o limiti sinistri).

Mostrate con un semplice esempio che se il limite non è uniforme allora la precedente uguaglianza non vale.

Soluzione 1. *[1JT]*

(Si veda anche l'esercizio [0CX]).

[a] Includendo anche il caso in cui I è superiormente illimitato e $\hat{x} = +\infty$, oppure il caso in cui I è inferiormente illimitato e $\hat{x} = -\infty$.