

Esercizi

E18.a.5 [1K4] Prerequisiti: [1HR], [OV3], [OVR], [1K2], [1K0]. Difficoltà: **. Note: Una versione del teorema di Ascoli–Arzelà.

Sia $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo chiuso e limitato. Sia $C(I)$ l'insieme delle funzioni $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue. Dotiamo $C(I)$ della distanza $d_\infty(f, g) = \|f - g\|_\infty$. Sappiamo che lo spazio metrico $(C(I), d_\infty)$ è completo.

Sia $\mathcal{F} \subseteq C(I)$: le seguenti sono equivalenti.

1. \mathcal{F} è compatto
2. \mathcal{F} è chiusa, è equicontinua e limitata (cioè $\sup_{f \in \mathcal{F}} \|f\|_\infty < \infty$).