

Esercizi

E18.7 [1KV] Prerequisiti: [1K9], [1DJ]. Difficoltà: *.

Consideriamo le serie di potenze

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \quad g(x) = \sum_{m=0}^{\infty} b_m x^m,$$

con raggio di convergenza non nullo, rispettivamente r_f e r_g . Supponiamo che $g(0) = 0 = b_0$. Siano $I_f, I_g \subset \mathbb{C}$ dischi centrati in zero con raggi minori rispettivamente di r_f e r_g : le precedenti serie dunque definiscono funzioni $f : I_f \rightarrow \mathbb{C}$ e $g : I_g \rightarrow \mathbb{C}$. A meno di rimpicciolire I_g , assumiamo che $g(I_g) \subset I_f$.

Si mostri che la funzione composta $h = f \circ g : I_g \rightarrow \mathbb{C}$ si può esprimere come serie di potenze $h(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ (con raggio di convergenza almeno r_g); si mostri come i coefficienti c_k possono essere calcolati dai coefficienti a_k, b_k .

Soluzione 1. [1KW]