Esercizi

18.20 [1MW] Difficoltà:*. Nel caso generale (quando non sappiamo se A, B commutano) procediamo come segue. Definiamo $[A, B] = AB - BA$.

- Posto $B_0 = B$ e $B_{n+1} = [A, B_n]$ si ha

$$\begin{aligned} B_n &= A^n B - nA^{n-1}BA + \frac{n(n-1)}{2}A^{n-2}BA^2 + \cdots + (-1) \\ &= \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}A^{n-k}BA^k \ ; \end{aligned}$$

- definiamo ora $Z = Z(A, B)$

$$Z \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=0}^{\infty}\frac{B_n}{n!} \ , \tag{18.20}$$

(notate che Z è lineare in B): si mostra che la serie precedente converge e che

$$\exp(A)B\exp(-A) = Z \ ; \tag{18.21}$$

- da questa infine si dimostra che

$$\exp(A)\exp(B)\exp(-A) = \exp(Z) \ .$$

(Queste formule si possono vedere come conseguenze della formula di Baker–Campbell–Hausdorff [41]).

Soluzione 1. *[1MX]*