

Esercizi

E21.8 [1P1] Prerequisiti: [1P0]. Difficoltà: *.

Preso una curva $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ definiamo nel seguito $\hat{I} = \{t \in \mathbb{R} : -t \in I\}$ e $\hat{\gamma} : \hat{I} \rightarrow \mathbb{R}^n$ tramite $\hat{\gamma}(t) = \gamma(-t)$.

Vogliamo mostrare che, in certe ipotesi, due curve hanno lo stesso sostegno se e solo se sono equivalenti.

- Siano $\gamma, \delta : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^n$ curve semplici, ma non chiuse, e con lo stesso sostegno. Mostrate che se $\gamma(0) = \delta(1)$ allora $\gamma \sim \delta$ oppure $\gamma(1) = \delta(0)$. Nel caso $\gamma(0) = \delta(0)$, mostrate che $\gamma \sim \delta$. Se invece $\gamma(0) = \delta(1)$ allora $\hat{\gamma} \sim \delta$.
- Siano $\gamma, \delta : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^n$ curve semplici e immerse, ma non chiuse, e con lo stesso sostegno, e sia $\gamma(0) = \delta(0)$: mostrate che $\gamma \approx \delta$. Se invece $\gamma(0) = \delta(1)$ allora $\hat{\gamma} \approx \delta$.

(Per il caso di curve chiuse si veda [1PT])

Soluzione 1. [1P2]