

## Esercizi

E23.22 [1RV] Partiamo dalla prima definizione. Supponiamo di poter applicare il Teorema di Funzione Implicita al luogo

$$E_a = \{(x, a) : F(x, y, a) = 0\} \quad ;$$

precisamente, supponiamo che in un punto  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{a})$  si abbia che  $\frac{\partial F}{\partial y} \neq 0$ . A questo aggiungiamo anche l'ipotesi  $\frac{\partial^2 F}{\partial a a} \neq 0$ . Fissato  $a$ , si può esprimere  $E_a$  localmente come grafico  $y = f(x, a) = f_a(x)$ . Usiamo inoltre l'ipotesi  $\frac{\partial^2 F}{\partial a a} \neq 0$  per esprimere localmente  $\frac{\partial F}{\partial a} = 0$  come grafico  $a = \Phi(x, y)$ . Definito  $G(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} F(x, y, \Phi(x, y))$ , mostrate che  $G = 0$  può essere rappresentato come  $y = g(x)$ . Mostrate infine che  $g$  è l'involuppo delle curve  $f_a$ .

**Soluzione 1.** [1RW]