

## 4 Numeri naturali

[1X9]

Vogliamo propriamente definire l'insieme

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

dei numeri naturali.

Un possibile modello, come mostrato in Sez. [246], è ottenuto appoggiandosi alla teoria di Zermelo—Fraenkel. Qui invece presentiamo gli assiomi di Peano, espressi usando la *versione intuitiva* della teoria degli insiemi.

**Definizione 4.1** (Assiomi di Peano). [1XB]

Dai precedenti seguono subito due importanti proprietà. Uno è il principio di induzione, si veda [1XC]. L'altro è lasciato per esercizio.

**Esercizio 4.2.** [1YF]

L'idea è che la funzione successore codifica gli usuali numeri secondo lo schema

$$1 = S(0), \quad 2 = S(1), \quad 3 = S(2) \dots$$

e (avendo definito l'addizione) si avrà che  $S(n) = n + 1$ .

**Esercizio 4.3.** [1XD]

### 4.1 Induzione

[27J]

### 4.2 Definizione per ricorrenza

[274]

### 4.3 Aritmetica

[0NN]

### 4.4 Ordinamento

[27K]

### 4.5 Compatibilità Z-F e Peano

[26F]

### 4.6 Induzione generalizzata, buon ordinamento

[27M]

### 4.7 Frequentemente, definitivamente

[26G]